令和３年度
推薦入試　　　　　　　　　　　　　　　　　【理工学群工学システム学類】

区　　分	標準的な解答例又は出題意図
小論文	[問題 1] (出題意図)積分法や微分法について出題している。これらは大学で学ぶ上で必須の知識であり、これらに対する理解度を問う。

問題 1

(解答例)
問 1

(1)

$$f(t)=\int_0^1(3x+2t\sqrt{1-x})^2dx$$

$$=9\int_0^1 x^2dx+12t\int_0^1 x\sqrt{1-x}dx+4t^2\int_0^1(1-x)dx$$

$$\int_0^1 x^2dx=\frac{1}{3}$$

$\int_0^1 x\sqrt{1-x}dx \quad s=\sqrt{1-x}$ とすると

$$=\int_1^0(1-s^2)s(-2s)ds=\int_1^0(-2s^2+2s^4)ds=\left[-\frac{2}{3}s^3+\frac{2}{5}s^5\right]_1^0=\frac{4}{15}$$

$$\int_0^1(1-x)dx=\left[x-\frac{x^2}{2}\right]_0^1=\frac{1}{2}$$

以上から

$$f(t)=2t^2+\frac{16}{5}t+3=2(t+\frac{4}{5})^2+\frac{43}{25}$$

よって $f(t)$ は $t=-\frac{4}{5}$ のとき最小となる。

(2)

$$f(x)=-3\cos^2x-3\sin x\cos 2x-\sin x+4$$

$t=\sin x$ とすると、$f(x)$ は t の関数として

$$f(t)=6t^3+3t^2-4t+1$$

表すことができる。
3 次関数なので、$-1\le t\le 1$ の間での関数 $f(t)$ の増減を調べればよい。

$$f'(t)=18t^2+6t-4=2(3t+2)(3t-1)$$

より増減表は下記のようになる。

	-1		-2/3		1/3		1
$f'(t)$		+	0	-	0	+	
$f(t)$	2	↗	29/9	↘	-2/9	↗	6

最小値は $-\frac{2}{9}$, 最大値は 6 となる。

問 2

(1) $f(0)=g(0)=1.$

(2) $g'(x)=-2x\sin x^2.$

(3) 与式の右辺を部分積分すると,

$$f(x)=g(x)+f(x)-e^x f(0)+e^x\int_0^x f(t)e^{-t}dt$$
$$\therefore\quad \int_0^x f(t)e^{-t}dt=1-e^{-x}g(x).$$

(4) (3)で求めた式の両辺をxに関して微分すると,

$$f(x)e^{-x}=e^{-x}\left[g(x)-g'(x)\right].$$

よって,

$$f(x)=g(x)-g'(x).$$

を得る。ここで,(1)で求めた結果を考慮すると,$g(x)$ は

$$g'(0)=g(0)-f(0)=0$$

なる関係式を満たす必要がある。(2)で求めた結果はこれを満足するので,$f(x)$ は次の表式になる。

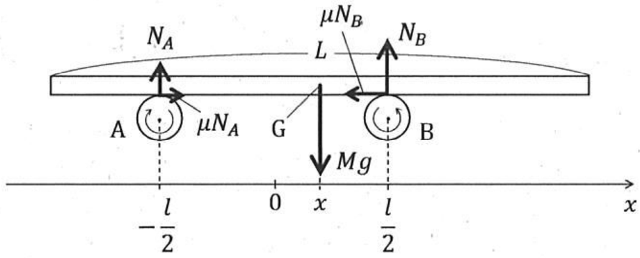
$$f(x)=\cos x^2+2x\sin x^2.$$

問題２

［出題意図］
既知の物理法則より物体の運動方程式を導出することで、その物体の運動を理解し、解析する能力を問う。

(1) 鉛直方向のつり合いの式は

$$N_A + N_B = Mg$$



(2) A との接触点まわりの棒のモーメントのつり合いの式は

$$Mg\left(\frac{l}{2}+x\right) = N_B l$$

より

$$N_B = \frac{l+2x}{2l}Mg$$

また，(1)のつり合いの式を考慮すると

$$N_A = Mg - N_B = \frac{l-2x}{2l}Mg$$

(3) 水平方向の運動方程式は，棒の加速度をaとして

$$Ma = \mu(N_{\mathrm{A}} - N_{\mathrm{B}}) = -\frac{2\mu Mg}{l}x$$

(4) (3)の運動方程式より，棒は単振動することがわかり，その位置，速度および加速度は

$$x(t) = A\sin(\omega t + \theta)$$
$$v(t) = A\omega\cos(\omega t + \theta)$$
$$a(t) = -A\omega^2\sin(\omega t + \theta)$$

と表される。運動方程式と見比べて，

$$\omega = \sqrt{\frac{2\mu g}{l}}$$

周期Tは

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2\mu g}}$$

また初期条件は$x(0) = 0$，$v(0) = v_0$であることを考慮すると

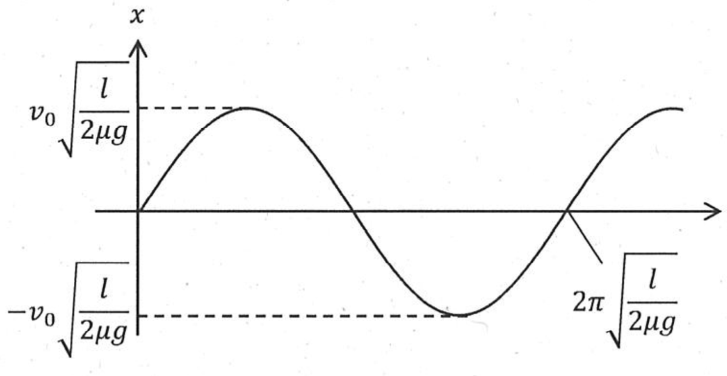
$$x(t) = \frac{v_0}{\omega}\sin\omega t$$
$$v(t) = v_0\cos\omega t$$

となる。したがって，振幅は

$$\frac{v_0}{\omega} = v_0\sqrt{\frac{l}{2\mu g}}$$

となる。これらをもとに G の位置の時間変化を図示すると以下のようになる。

問題２（つづき）	



(5) 振幅が$l/2$を超えると右側に落下することとなる。したがって周期的な運動となるには

$$v_0\sqrt{\frac{l}{2\mu g}} < \frac{l}{2}$$

でなくてはならない。したがって,

$$v_0 < \sqrt{\frac{\mu g l}{2}}$$

問題３	［出題意図］ 工学に関連する英文について、その意味を適切に解釈し、日本語に和訳および意訳する能力を問う。 問１ ロボットカーのすべての乗客は，移動中に読書をしたり，仕事をしたり，寝たりすることができるようになるかもしれない。このことは公共交通機関ではすでに可能であるが，ロボットカーの乗客はいつでも，どのルートでもこれを行うことができるようになるかもしれない。 問２ 自家用車を持つ必要がなくなり，車を持つことで発生する必要経費や責任などが，すべて不要になるため（４７文字） 問３ ローレンス・バークレー国立研究所の研究によると，利用目的にあわせた車両の最適化，およびエネルギー効率の向上により，電気自動車による自動運転は旅客マイル当たりの温室効果ガス排出を 90%削減できる。 問４ (1) 問題点１は，短時間，快適，安価な運転により，我々がもっと車にのりたくなることで，節約した時間やエネルギーを無効になること（６０文字） 問題点２は，ロボットカーがネットワーク化されることで，ハッカーなどが，そのセキュリティーホールを介して犯罪を行うこと（５８文字） (2) 消費と生活の質に対する私たちの態度を考え直すこと（２４文字） (3) IT セキュリティの専門家を用意すること（１８文字）